



# Klausurbedingungen

Die Prüfung wird unter Einhaltung der Allgemeine Prüfungsordnung (APO) der TU Clausthal in ihrer jeweils gültigen Fassung und den aktuell geltenden universitätsinternen infektionspräventiven Schutzmaßnahmen zur Eindämmung des Coronavirus SARS-Cov-2 und dessen Varianten durchgeführt.

## Prüfungsfähigkeit

- Mit Ihrer Unterschrift auf dem Deckblatt erklären Sie sich einverstanden und gesundheitlich in der Lage, an der Prüfung teilzunehmen.

## Punktevergabe - Allgemein

- Die Bewertung der einzelnen Aufgaben und Teilschritte erfolgt anhand des in der Musterlösung vorgeschlagenen und definierten Punkteschlüssels. Dabei sind neben dem einfachsten und schnellsten Lösungsweg auch Alternativlösungswege aufgeführt, die wiederum einen Punkteschlüssel mit gleicher Punktzahl beinhalten.
- Musterlösung und Punkteschlüssel können während der Klausureinsicht eingesehen werden.
- Die Bewertung Ihres Lösungsweges erfolgt ohne Berücksichtigung der formalen Richtigkeit des Lösungsweges, sodass auch ein formal falscher aber nachvollziehbarer Lösungsweg, mit den in der Musterlösung angegebenen Punkten bewertet wird.
- Nicht nachvollziehbare Ergebnisse werden mit 0 P. bewertet.

## Punktevergabe der formalen Bewertung

- Die Anzahl an erreichbaren Punkten zur Bewertung der formalen Richtigkeit einer Aufgabe richtet sich nach den erreichbaren Punkten der bearbeiteten Teilaufgaben. Eine Teilaufgabe gilt als bearbeitet, wenn ein zu der Aufgabenstellung passender Ansatz notiert wurde. Die Punkte zur Bewertung der formalen Richtigkeit sind wie folgt gestaffelt:

≤ 4 P.	⇒ max. 1 P.
≤ 8 P.	⇒ max. 2 P.
≤ 12 P.	⇒ max. 3 P.
≤ 18 P.	⇒ max. 4 P.

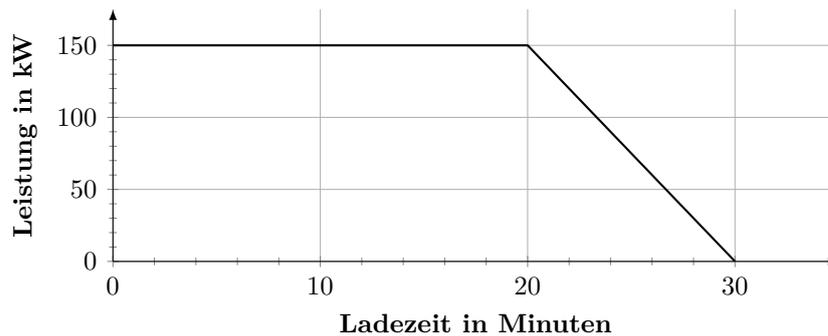
### *Beispiel:*

Wurden zwei Teilaufgaben eines Aufgabenblocks mit einer Gesamtpunktzahl von 6 P. angefangen zu bearbeiten, können für diesen Aufgabenblock nach obigem Schlüssel max. 2 P. für die Bewertung der formale Richtigkeit erreicht werden.

- Jeder formale Fehler führt zu einer Nichtvergabe von 1 P. bei der Bewertung. Die minimale Punktzahl ist 0 P. (für die formale Bewertung).
- Für jeden Aufgabenblock gibt es einen Toleranzfehler, sodass erst ab dem zweiten Fehler Punkte bei der Bewertung der formalen Richtigkeit nicht gegeben werden können.

# 1. Kurzfragen zu Elektrotechnik 1 (18 Punkte)

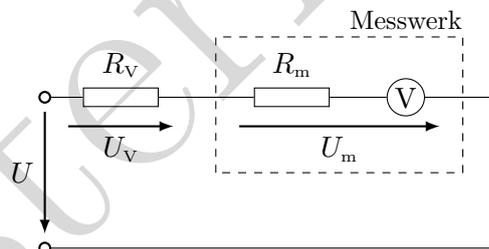
KF1) Der Ladevorgang eines Elektrofahrzeuges an einer Schnellladesäule dauert 30 Minuten. Die Ladeleistung ist über den Ladevorgang nicht konstant, sondern entspricht dem Verlauf folgender Abbildung: 2 P.



Bestimmen Sie die Kosten des Ladevorgangs bei einem Preis von 32 ct/kWh.

$$\begin{aligned}
 E &= \int P \cdot dt = p_1(t) \cdot \Delta t_1 + \int p_2(t) \cdot dt = p_1 \cdot \Delta t_1 + \frac{1}{2} \cdot p_1(t) \cdot \Delta t_2 \\
 &= 150 \text{ kW} \cdot \frac{20 \text{ min}}{60 \frac{\text{min}}{\text{h}}} + \frac{1}{2} \cdot 150 \text{ kW} \cdot \frac{10 \text{ min}}{60 \frac{\text{min}}{\text{h}}} = 62,5 \text{ kWh} \\
 K &= E \cdot k = 62,5 \text{ kWh} \cdot 32 \frac{\text{ct}}{\text{kWh}} = 20 \text{ €}
 \end{aligned}$$

KF2) Gegeben ist ein Drehspulmesswerk mit einem Innenwiderstand  $R_m = 100 \Omega$  und dem Messbereich  $U_M = 1,5 \text{ V}$ . Leiten Sie eine Formel für die Bestimmung eines Vorwiderstands her und legen Sie diesen so aus, sodass das Messwerk eine Spannung von  $U = 150 \text{ V}$  messen kann. 3 P.

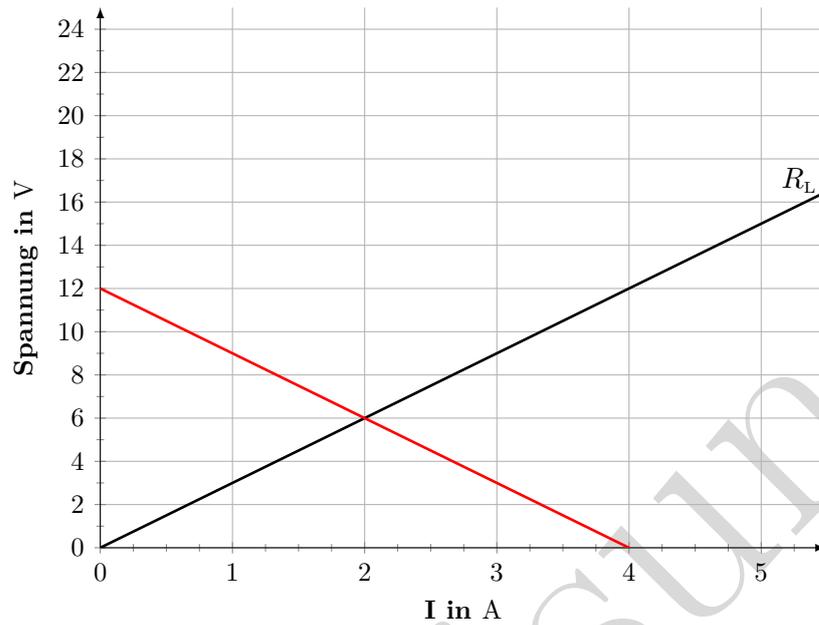


$$U_V = I \cdot R_V = \frac{U_m}{R_m} \cdot R_V = U - U_m$$

$$R_V = \frac{R_m}{U_m} \cdot (U - U_m) = R_m \cdot \left( \frac{U}{U_m} - 1 \right)$$

$$R_V = 100 \Omega \cdot \left( \frac{150 \text{ V}}{1,5 \text{ V}} - 1 \right) = 9900 \Omega$$

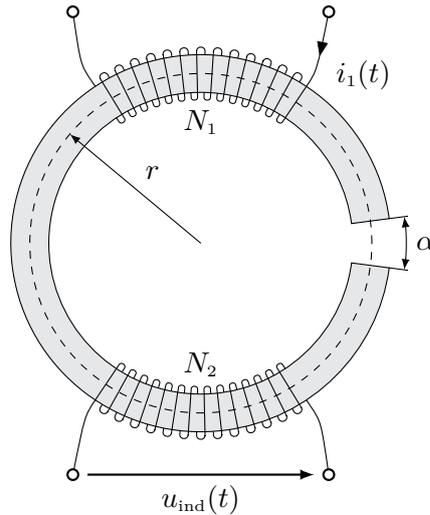
KF3) Gegeben ist eine Spannungsquelle mit dem Kurzschlussstrom  $I_k = 4 \text{ A}$ , die Leerlaufspannung  $U_0$  und der Innenwiderstand  $R_i$  sind nicht bekannt. An der Spannungsquelle ist ein Lastwiderstand  $R_L = 3 \Omega$  angeschlossen, an welchem die maximal mögliche Leistung umgesetzt wird. Bestimmen Sie die fehlenden charakteristischen Größen der Spannungsquelle ( $U_0$  und  $R_i$ ) und zeichnen Sie die zugehörige Kennlinie in das Diagramm ein.



$$R_i = R_L = 3 \Omega$$

$$U_0 = R_i \cdot I_k = 3 \Omega \cdot 4 \text{ A} = 12 \text{ V}$$

- KF4) Gegeben ist ein ringförmiger Eisenkern mit Luftspalt, auf dem zwei Spulen montiert sind. Der Querschnitt  $A$  des Eisenkerns ist an allen Stellen gleich. Die Streuung des Magnetfeldes am Luftspalt sei vernachlässigbar. Durch Spule 1 mit  $N_1$  fließt ein Strom  $i_1(t)$ , die Spule 2 mit  $N_2$  ist stromlos. 7 P.



$$N_1 = 500 \text{ Wdg.}$$

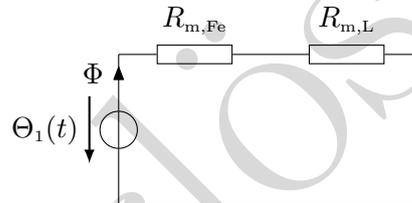
$$N_2 = 450 \text{ Wdg.}$$

$$A_{\text{Fe}} = 250 \text{ mm}^2$$

$$\mu_r = 1000$$

$$\alpha = 15^\circ = \frac{\pi}{12}$$

- a) Zeichnen Sie das Ersatzschaltbild des magnetischen Kreises und beschriften Sie die relevanten Elemente (Widerstände, Fluss und Durchflutung).



- b) Vergleichen Sie die magnetischen Widerstände  $R_{m,\text{Fe}}$  und  $R_{m,\text{L}}$  mit  $=$ ,  $<$  und  $>$ .

$$R_{m,\text{Fe}} < R_{m,\text{L}}$$

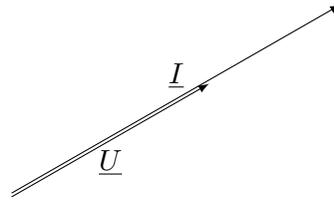
- c) Der Gesamtwiderstand des magnetischen Kreises beträgt  $R_{m,\text{ges}} = 105 \cdot 10^6 \frac{\text{A}}{\text{Vs}}$  und die Spule 1 wird von einem Strom  $i_1(t) = 2,1 \text{ A} \cdot \sin\left(1000 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \cdot t\right)$  durchflossen. Die Spule 2 wird an ein Oszilloskop angeschlossen. Bestimmen Sie die induzierte Spannung  $u_{\text{ind}}(t)$  in Spule 2.

$$\begin{aligned} \Phi_1(t) &= \frac{\Theta_1(t)}{R_{m,\text{ges}}} = \frac{i_1(t) \cdot N_1}{R_{m,\text{ges}}} = \frac{2,1 \text{ A} \cdot \sin\left(1000 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \cdot t\right) \cdot 500}{105 \cdot 10^6 \frac{\text{A}}{\text{Vs}}} \\ &= 1 \cdot 10^{-5} \text{ Vs} \cdot \sin\left(1000 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \cdot t\right) \\ u_{\text{ind}}(t) &= N_2 \cdot \frac{d\Phi_1(t)}{dt} = 450 \cdot \frac{d}{dt} \left\{ 1 \cdot 10^{-5} \text{ Vs} \cdot \sin\left(1000 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \cdot t\right) \right\} \\ &= 450 \cdot 1 \cdot 10^{-5} \text{ Vs} \cdot 1000 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \cdot \cos\left(1000 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \cdot t\right) \\ &= 4,5 \text{ V} \cdot \cos\left(1000 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \cdot t\right) \end{aligned}$$

KF5) Gegeben ist das folgende Zeigerdiagramm:

2 P.

**Hinweis:** Die Zeiger sind nur für die bessere Darstellung leicht versetzt gezeichnet. Diese sind eigentlich deckungsgleich!



Geben Sie zunächst eine allgemeine Bestimmungsgleichung für das Verhältnis von Blind- zu Wirkleistung ( $Q/P$ ) an und berechnen Sie dieses Verhältnis anschließend. Für die beiden Zeiger gilt:

$$\underline{U} = U \cdot e^{j\varphi_U}$$

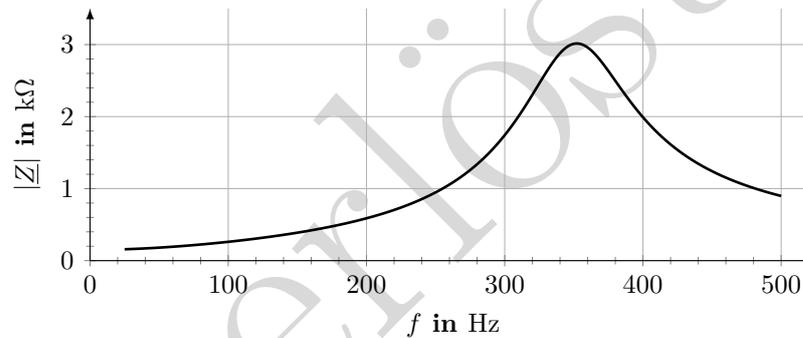
$$\underline{I} = I \cdot e^{j\varphi_I}$$

- die beiden Zeiger sind parallel, daher gilt:  $\varphi_U = \varphi_I \Rightarrow \varphi = 0^\circ$

$$\frac{Q}{P} = \frac{U \cdot I \cdot \sin \varphi}{U \cdot I \cdot \cos \varphi} = \frac{\sin \varphi}{\cos \varphi} = \tan \varphi = \frac{\sin(0^\circ)}{\cos(0^\circ)} = \tan(0^\circ) = \frac{0}{1} = 0$$

KF6) Gegeben ist der folgende Verlauf der Impedanz als Funktion der Frequenz.

2 P.

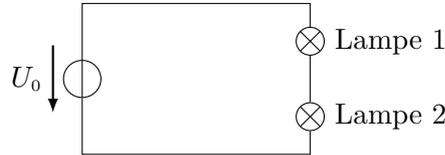


Handelt es sich bei der Schaltung um einen Saug- oder Sperrkreis? Begründen Sie Ihre Antwort kurz.

Sperrkreis, da die Impedanz bei Resonanzfrequenz maximal wird und sich somit ein Stromminimum ergibt.

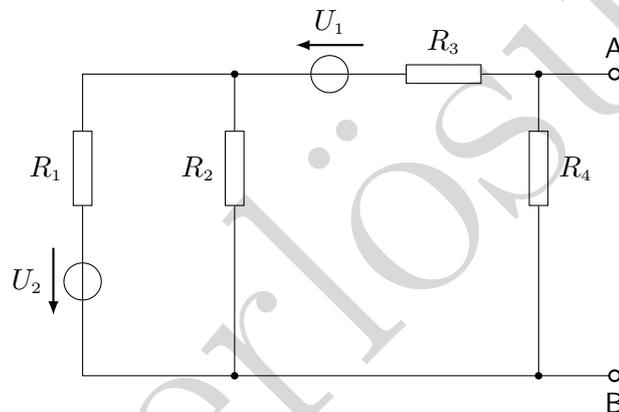
## 2. Gleichstrom (22 Punkte)

- GS1) Geben Sie bei allen Teilaufgaben einen Ansatz mit entsprechenden Indizes an, setzen Sie auch in Zwischenschritten Zahlenwerte ein und verwenden Sie die richtigen Einheiten und gegebenenfalls Unterstriche. Diese Teilaufgabe erfordert keine Bearbeitung. 4 P.
- GS2) Zwei Glühlampen haben die Leistungsangaben  $P_{1,\text{nenn}} = 16 \text{ W}$  und  $P_{2,\text{nenn}} = 9 \text{ W}$  für die Nennspannung von  $U_{\text{nenn}} = 12 \text{ V}$ . Sie liegen in Reihe an einer Spannung von  $U_0 = 24 \text{ V}$ . Welche Leistungen werden in beiden Lampen umgesetzt? 3 P.



**Hinweis:** Nehmen Sie an, dass der Widerstand der Glühlampen nicht von der Temperatur abhängig ist und konstant bleibt.

- GS3) Wandeln Sie das dargestellte Netzwerk mit zwei Gleichspannungsquellen in eine Ersatzspannungsquelle bezüglich der Klemmen A und B um. 9 P.

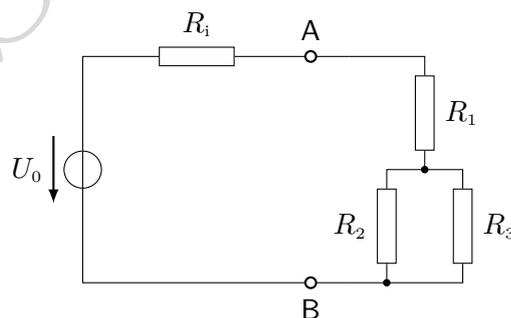


$$R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = R = 10 \Omega$$

$$U_1 = 6 \text{ V}$$

$$U_2 = 18 \text{ V}$$

- GS4) Gegeben ist eine Ersatzspannungsquelle, an die folgende Schaltung angeschlossen ist: 6 P.



$$U_0 = 32 \text{ V}$$

$$I_K = 4 \text{ A}$$

$$R_i = 8 \Omega$$

$$R_1 = 4 \Omega$$

$$R_2 = 6 \Omega$$

Legen Sie  $R_3$  so aus, dass die maximal mögliche Leistung in der Gesamtlast aus  $R_1$ ,  $R_2$  und  $R_3$  umgesetzt wird. Wie ändert sich die in der Gesamtlast  $R_L$  umgesetzte Leistung, wenn  $R_3$  größer und wenn  $R_3$  kleiner wird? Begründen Sie Ihre Aussage und beschreiben Sie den Kennlinienverlauf  $P_L(R)$ .

## Lösung

GS1) Formale Bewertung: Es wurden alle Einheiten und gegebenenfalls Unterstriche richtig verwendet und in allen Zwischenschritten Zahlenwerte eingesetzt.

GS2) • Berechnung der Widerstände der Glühlampen:

$$R_1 = \frac{U_{\text{nenn}}^2}{P_1} = \frac{(12 \text{ V})^2}{16 \text{ W}} = 9 \Omega$$

$$R_2 = \frac{U_{\text{nenn}}^2}{P_2} = \frac{(12 \text{ V})^2}{9 \text{ W}} = 16 \Omega$$

• Berechnung des fließenden Stroms:

$$I = \frac{U_0}{R_1 + R_2} = \frac{24 \text{ V}}{9 \Omega + 16 \Omega} = \frac{24}{25} \text{ A} = 0,96 \text{ A}$$

• Berechnung der umgesetzten Leistungen:

$$P_1 = I^2 \cdot R_1 = (0,96 \text{ A})^2 \cdot 9 \Omega = 8,29 \text{ W}$$

$$P_2 = I^2 \cdot R_2 = (0,96 \text{ A})^2 \cdot 16 \Omega = 14,75 \text{ W}$$

GS3) • Bestimmung Innenwiderstand:

$$R_i = \frac{\left(R_3 + \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}\right) \cdot R_4}{R_3 + \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} + R_4} = \frac{\left(10 \Omega + \frac{10 \Omega \cdot 10 \Omega}{10 \Omega + 10 \Omega}\right) \cdot 10 \Omega}{10 \Omega + \frac{10 \Omega \cdot 10 \Omega}{10 \Omega + 10 \Omega} + 10 \Omega} = 6 \Omega$$

• Bestimmung Leerlaufspannung über zwei Maschen- und zwei Knotengleichungen:

$$\text{M1: } 0 = R_2 \cdot I_2 - U_1 + R_3 \cdot I_3 + R_4 \cdot I_4$$

$$\text{M2: } 0 = -U_2 + R_1 \cdot I_1 - R_2 \cdot I_2$$

$$\text{K1: } 0 = I_1 + I_2 - I_3$$

$$\text{K2: } 0 = I_4 - I_3$$

$$\text{K2 in M1: } 0 = R_2 \cdot I_2 - U_1 + (R_3 + R_4) \cdot I_3$$

$$I_2 = \frac{U_1}{R_2} - I_3 \cdot \left(\frac{R_3 + R_4}{R_2}\right)$$

$$I_2 \text{ und K1 in M2: } 0 = -U_2 + R_1 \cdot (I_3 - I_2) - R_2 \cdot I_2$$

$$= -U_2 + R_1 \cdot \left(I_3 - \frac{U_1}{R_2} + I_3 \cdot \left(\frac{R_3 + R_4}{R_2}\right)\right) - U_1 + I_3 \cdot (R_3 + R_4)$$

$$= -U_2 + R \cdot I_3 - U_1 + I_3 \cdot 2R - U_1 + I_3 \cdot 2R = -U_2 - 2U_1 + I_3 \cdot 5R$$

$$I_3 = \frac{U_2 + 2U_1}{5R}$$

$$U_0 = R_4 \cdot I_4 = R_4 \cdot I_3 = R \cdot \frac{U_2 + 2U_1}{5R} = \frac{U_2 + 2U_1}{5} = \frac{18 \text{ V} + 2 \cdot 6 \text{ V}}{5} = 6 \text{ V}$$

• Bestimmung Kurzschlussstrom:

$$I_K = \frac{U_0}{R_i} = \frac{6 \text{ V}}{6 \Omega} = 1 \text{ A}$$

GS4) • maximale Leistung, wenn  $R_{\text{Last}} = R_i$ :

$$R_1 + \frac{R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3} \stackrel{!}{=} R_i$$

$$R_1 \cdot (R_2 + R_3) + R_2 \cdot R_3 = R_i \cdot (R_2 + R_3)$$

$$R_1 \cdot R_2 + R_1 \cdot R_3 + R_2 \cdot R_3 = R_i \cdot R_2 + R_i \cdot R_3$$

$$R_1 \cdot R_3 + R_2 \cdot R_3 - R_i \cdot R_3 = R_i \cdot R_2 - R_1 \cdot R_2$$

$$(R_1 + R_2 - R_i) \cdot R_3 = (R_i - R_1) \cdot R_2$$

$$R_3 = \frac{(R_i - R_1) \cdot R_2}{R_1 + R_2 - R_i}$$

$$R_3 = \frac{(8 \Omega - 4 \Omega) \cdot 6 \Omega}{4 \Omega + 6 \Omega - 8 \Omega} = 12 \Omega$$

Eine Änderung von  $R_3$  führt immer zu Verringerung der in der Gesamtlast umgesetzten Leistung, da  $P_L(R)$  eine nach unten geöffnete Parabel ist.

Musterlösungen

### 3. Elektrisches und magnetisches Feld (22 Punkte)

EM1) Geben Sie bei allen Teilaufgaben einen Ansatz mit entsprechenden Indizes an, setzen Sie auch in Zwischenschritten Zahlenwerte ein und verwenden Sie die richtigen Einheiten und gegebenenfalls Unterstriche. *Diese Teilaufgabe erfordert keine Bearbeitung.* 4 P.

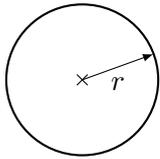


Abb. (a)

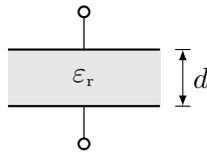


Abb. (b)

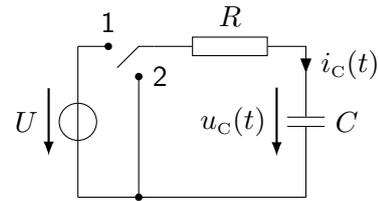


Abb. (c)

EM2) Gegeben ist ein Plattenkondensator mit kreisförmiger Elektrodenfläche mit Radius  $r = 50$  mm und Plattenabstand  $d = 1$  mm (s. Abb. a & b). Zwischen den Kondensatorplatten befindet sich ein Dielektrikum mit der Permittivität  $\epsilon_r = 3,33$ . 4 P.

Leiten Sie zunächst eine allgemeine Formel zur Bestimmung der Kapazität mit den gegebenen Größen her (s. Abb. a & b). Vernachlässigen Sie alle Randeffekte und nehmen Sie das elektrische Feld zwischen den Elektroden als homogen an.

Bestimmen Sie anschließend mit der hergeleiteten Gleichung und den gegebenen Größen die Kapazität des Kondensators.

EM3) Nun wird ein anderer Plattenkondensator mit einer Kapazität von  $C = 10$  nF und Luft als Dielektrikum ( $\epsilon_{r,\text{Luft}} = 1$ ) über einen Vorwiderstand mit  $R = 200$   $\Omega$  an einer Spannungsquelle mit  $U = 500$  V aufgeladen (s. Abb. c - Schalterstellung 1). Nachdem der Kondensator vollständig aufgeladen wurde, wird dieser von der Spannungsquelle getrennt und über den Widerstand  $R$  entladen (s. Abb. c - Schalterstellung 2). 3 P.

- Berechnen Sie den Startwert des Kondensatorstromes  $i_C(t = 0\text{ s})$  für den Entladevorgang. Beachten Sie die Zählpfeile im Ersatzschaltbild (s. Abb. c).
- Berechnen Sie die Zeitkonstante  $\tau$  des Kondensatorstromes  $i_C(t)$  des Entladevorgangs.
- Zeichnen Sie in ein geeignetes Diagramm unter Berücksichtigung des Startwertes und der Zeitkonstante den Verlauf des Kondensatorstromes  $i_C(t)$  des Entladevorgangs.

**Hinweis:** Achten Sie auf die korrekte Achsenbeschriftung! Markieren Sie auch den Startwert sowie die Zeitkonstante!

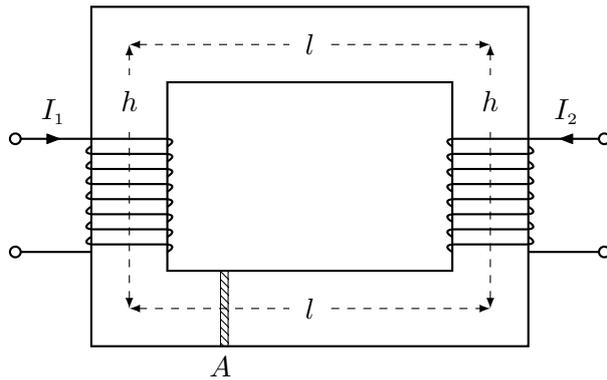
EM4) Der zeitliche Verlauf des Kondensatorstromes  $i_C(t)$  des Entladevorgangs wird durch folgende charakteristischen Punkte definiert: 4 P.

- Startwert  $i_C(t = 0\text{ s})$
- Zeitkonstante  $\tau$
- Dauer des Entladevorgangs
- gespeicherte Energie  $W$  des Kondensators

Beschreiben Sie kurz in Worten **und** mit einer Gleichung, wie sich die oben genannten Punkte unterscheiden, wenn ein Luftkondensator ( $\epsilon_{r,\text{Luft}} = 1$ ) und ein Kondensator mit  $\epsilon_r = 2$  miteinander verglichen werden.

**Fortsetzung auf der nächsten Seite!**

Gegeben ist der abgebildete Eisenkern mit zwei Erregerwicklungen mit den Windungszahlen  $N_1$  und  $N_2$ , die von den Strömen  $I_1$  und  $I_2$  durchflossen werden. Der Eisenquerschnitt  $A$  ist an allen Stellen gleich.



$A = 4 \text{ cm}^2$	$I_1 = 3,6 \text{ A}$
$h = 5 \text{ cm}$	$I_2 = 5 \text{ A}$
$l = 9 \text{ cm}$	$N_1 = 1000$
$\mu_r = 1500$	$N_2 = 2000$

EM5) Zeichnen Sie das elektrische Ersatzschaltbild des magnetischen Kreises und berechnen Sie den gesamten magnetischen Widerstand der Anordnung. Verwenden Sie hierfür das Verbraucherzählpfeilsystem. 3 P.

EM6) In das obere Joch des Eisenkerns wird nun ein Luftspalt gefräst, in den eine Hallsonde eingebracht wird. 4 P.

Für den gesamten magnetischen Widerstand gilt  $R_{m,ges} = R_{m,Fe} + R_{m,L} = 13,6 \cdot 10^6 \text{ A}/(\text{Vs})$ . Berechnen Sie den magnetischen Fluss  $\Phi$  sowie die magnetische Feldstärke  $H$  im Luftspalt.

## Lösung

EM1) Formale Bewertung: Es wurden alle Einheiten und gegebenenfalls Unterstriche richtig verwendet und in allen Zwischenschritten Zahlenwerte eingesetzt.

EM2) • Elektrische Verschiebungsstromdichte bestimmen:

$$D = \frac{Q}{A} = \frac{Q}{\pi r^2}$$

• Spannung aus dem Wegintegral der elektrischen Feldstärke bestimmen:

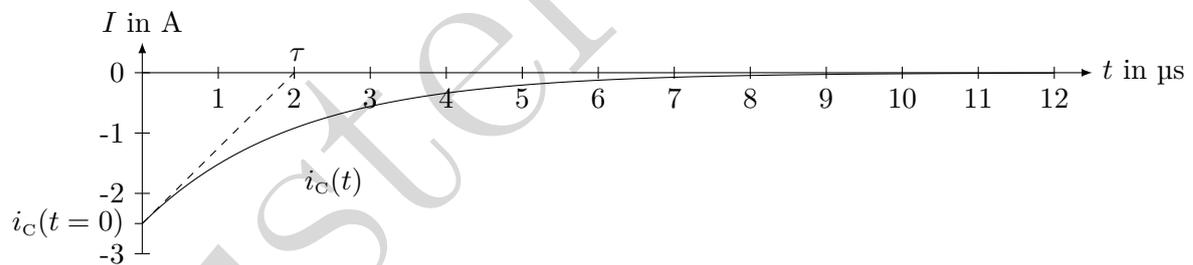
$$\begin{aligned} U &= \int_0^d \vec{E} \cdot d\vec{s} = \int_0^d \frac{D}{\varepsilon} \cdot ds = \int_0^d \frac{Q}{\varepsilon \cdot \pi r^2} \cdot ds \\ &= \frac{Q}{\varepsilon \cdot \pi r^2} \cdot \int_0^d ds = \frac{Q}{\varepsilon \cdot \pi r^2} \cdot d \end{aligned}$$

• Kapazität:

$$\begin{aligned} C &= \frac{Q}{U} = \varepsilon_0 \varepsilon_r \cdot \frac{\pi r^2}{d} \\ &= 8,854 \cdot 10^{-12} \frac{\text{As}}{\text{Vm}} \cdot 3,33 \cdot \frac{\pi \cdot (0,05 \text{ m})^2}{0,001 \text{ m}} = 2,3157 \cdot 10^{-10} \text{ F} = 231,57 \text{ pF} \end{aligned}$$

EM3) • zeitlicher Verlauf des Kondensatorstromes:

$$\begin{aligned} i_C(t=0) &= \frac{-u_C(t=0)}{R} = \frac{-500 \text{ V}}{200 \Omega} = -2,5 \text{ A} \\ \tau &= R \cdot C = 200 \Omega \cdot 10 \text{ nF} = 2 \mu\text{s} \end{aligned}$$



EM4) • die Kapazität des Kondensators verdoppelt sich aufgrund des Dielektrikums:

$$C_{\text{neu}} = \varepsilon_r \cdot C_{\text{Luft}} = 2 \cdot C_{\text{Luft}}$$

• der Startwert ist nicht abhängig von der Kapazität und bleibt unverändert

$$i_{C,\text{Luft}}(t=0) = i_{C,\text{neu}}(t=0) = \frac{-u_C(t=0)}{R} = \frac{-U}{R}$$

• die Zeitkonstante verdoppelt sich, da sich die Kapazität verdoppelt

$$\tau_{\text{neu}} = R \cdot C_{\text{neu}} = 2 \cdot RC_{\text{Luft}} = 2 \cdot \tau_{C,\text{Luft}}$$

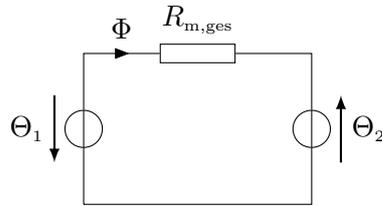
• Entladevorgang dauert doppelt so lange, da sich die Zeitkonstante verdoppelt hat

$$t_{\text{Ende}} = 5 \cdot \tau_{\text{neu}} = 5 \cdot 2 \cdot \tau_{C,\text{Luft}} = 2 \cdot t_{\text{Ende,Luft}}$$

• die gespeicherte Energie ist doppelt so groß, da sich die Kapazität verdoppelt hat

$$W_{\text{neu}} = \frac{1}{2} \cdot C_{\text{neu}} U^2 = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot C_{\text{Luft}} \cdot U^2 = 2 \cdot W_{\text{Luft}}$$

EM5) • elektrisches Ersatzschaltbild des magnetischen Kreises:



• magnetischer Widerstand der Anordnung:

$$\begin{aligned}
 R_{m,ges} &= \frac{l_{Fe,ges}}{\mu_0 \mu_r \cdot A} = \frac{2 \cdot h + 2 \cdot l}{\mu_0 \mu_r \cdot A} \\
 &= \frac{2 \cdot 0,05 \text{ m} + 2 \cdot 0,09 \text{ m}}{4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{Vs}}{\text{Am}} \cdot 1500 \cdot 4 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2} \\
 &= 371\,361,53 \frac{\text{A}}{\text{Vs}} = 0,37 \frac{\text{MA}}{\text{Vs}}
 \end{aligned}$$

EM6) • magnetischer Fluss  $\Phi$ :

$$\begin{aligned}
 \Phi &= \frac{\Theta_{ges}}{R_{m,ges}} = \frac{\Theta_1 + \Theta_2}{R_{m,ges}} = \frac{I_1 \cdot N_1 + I_2 \cdot N_2}{R_{m,ges}} \\
 &= \frac{3,6 \text{ A} \cdot 1000 + 5 \text{ A} \cdot 2000}{13,6 \cdot 10^6 \frac{\text{A}}{\text{Vs}}} = 1 \cdot 10^{-3} \text{ Vs}
 \end{aligned}$$

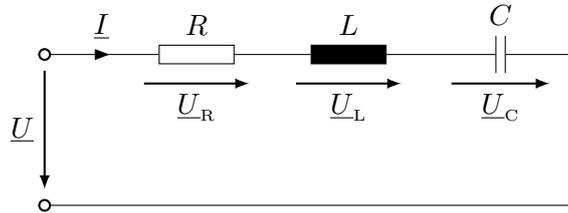
• magnetische Feldstärke im Luftspalt:

$$\begin{aligned}
 B_{Fe} = B_L &= \frac{\Phi}{A} = H_L \cdot \mu_0 \\
 H_L &= \frac{\Phi}{A \cdot \mu_0} = \frac{1 \cdot 10^{-3} \text{ Vs}}{4 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{Vs}}{\text{Am}}} \\
 &= 1\,989\,436,79 \frac{\text{A}}{\text{m}} = 2 \cdot 10^6 \frac{\text{A}}{\text{m}}
 \end{aligned}$$

## 4. Wechselstrom (22 Punkte)

WS1) Geben Sie bei allen Teilaufgaben einen Ansatz mit entsprechenden Indizes an, setzen Sie auch in Zwischenschritten Zahlenwerte ein und verwenden Sie die richtigen Einheiten und gegebenenfalls Unterstriche. *Diese Teilaufgabe erfordert keine Bearbeitung.* 4 P.

Gegeben ist folgende Schaltung:



$$I = 1 \text{ A} \quad R = 50 \Omega \quad L = 318,3 \text{ mH} \quad C = 63,65 \mu\text{F} \quad f = 50 \text{ Hz}$$

**Hinweis: Nehmen Sie eine ideale Induktivität an!**

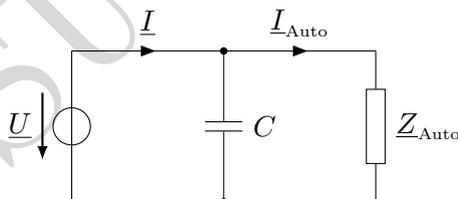
WS2) Berechnen Sie die Gesamtimpedanz  $Z_{\text{ges}}$  nach Betrag und Phase sowie die in der Gesamtimpedanz umgesetzte Wirk-, Blind- und Scheinleistung. 5 P.

WS3) Leiten Sie unter Nennung der Resonanzbedingung für die gegebene Schaltung die Bestimmungsgleichung der Resonanzfrequenz  $f_{\text{res}}$  her und berechnen Sie diese anschließend. 3 P.

WS4) Zeichnen Sie für die gegebene Schaltung das qualitative Zeigerbild der Spannungen für den Fall, dass die Frequenz größer als die Resonanzfrequenz ist. Zeichnen Sie auch den Strom als Bezugszeiger sowie den Phasenwinkel  $\varphi$  ein. 6 P.

Ein Elektroauto  $Z_{\text{Auto}}$  wird mit einer Leistung von  $P_{\text{Lade}} = 3 \text{ kW}$  ( $U = 400 \text{ V}$ ,  $f = 50 \text{ Hz}$ ) und bei einem Wirkfaktor von  $\cos \varphi = 0,95$  geladen. Die dabei entstehende Blindleistung soll so kompensiert werden, dass sich ein Wirkfaktor von  $\cos \varphi = 1$  einstellt.

Es gilt folgendes Ersatzschaltbild:



WS5) Berechnen Sie die benötigte Kapazität  $C$ . 4 P.

## Lösung

WS1) Formale Bewertung: Es wurden alle Einheiten und gegebenenfalls Unterstriche richtig verwendet und in allen Zwischenschritten Zahlenwerte eingesetzt.

WS2) • Gesamtimpedanz:

$$\begin{aligned}\underline{Z}_{\text{ges}} &= R + j \left( \omega L - \frac{1}{\omega C} \right) = 50 \Omega + j \left( 2\pi f \cdot 318,3 \text{ mH} - \frac{1}{2\pi f \cdot 63,65 \mu\text{F}} \right) \\ &= 50 \Omega + j (100 \Omega - 50 \Omega) = 50 \Omega + j50 \Omega = 70,71 \Omega \cdot e^{j45^\circ}\end{aligned}$$

• Wirkleistung:

$$P = I^2 \cdot Z \cdot \cos \varphi = (1 \text{ A})^2 \cdot 70,71 \Omega \cdot \cos (45^\circ) = 50 \text{ W}$$

• Blindleistung:

$$Q = I^2 \cdot Z \cdot \sin \varphi = (1 \text{ A})^2 \cdot 70,71 \Omega \cdot \sin (45^\circ) = 50 \text{ var}$$

• Scheinleistung:

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} = \sqrt{(50 \text{ W})^2 + (50 \text{ var})^2} = 70,71 \text{ VA}$$

WS3) • Resonanzbedingung:

$$\text{Im}\{\underline{Z}\} \stackrel{!}{=} 0$$

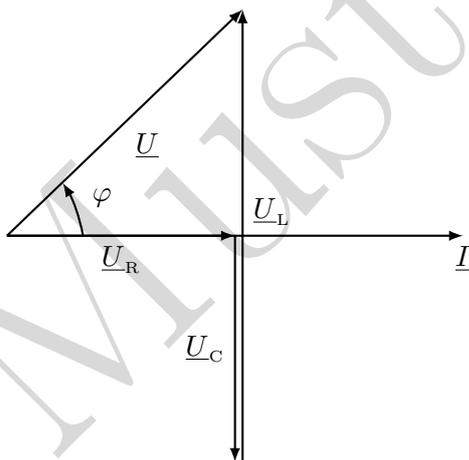
• Umformung nach  $f_{\text{res}}$ :

$$\begin{aligned}\omega L &= \frac{1}{\omega C} \quad \rightsquigarrow \quad \omega^2 = (2\pi \cdot f_{\text{res}})^2 = \frac{1}{L \cdot C} \\ f_{\text{res}} &= \frac{1}{2\pi \cdot \sqrt{L \cdot C}}\end{aligned}$$

• Berechnung der Resonanzfrequenz:

$$f_{\text{res}} = \frac{1}{2\pi \cdot \sqrt{318,3 \text{ mH} \cdot 63,65 \mu\text{F}}} = 35,36 \text{ Hz}$$

WS4) • Zeigerbild der Spannungen:



WS5) • Berechnung der Blindleistung:

4 P.

$$Q = P \cdot \tan (\arccos (\cos \varphi)) = 3 \text{ kW} \cdot \tan (\arccos (0,95)) = 986,0 \text{ var}$$

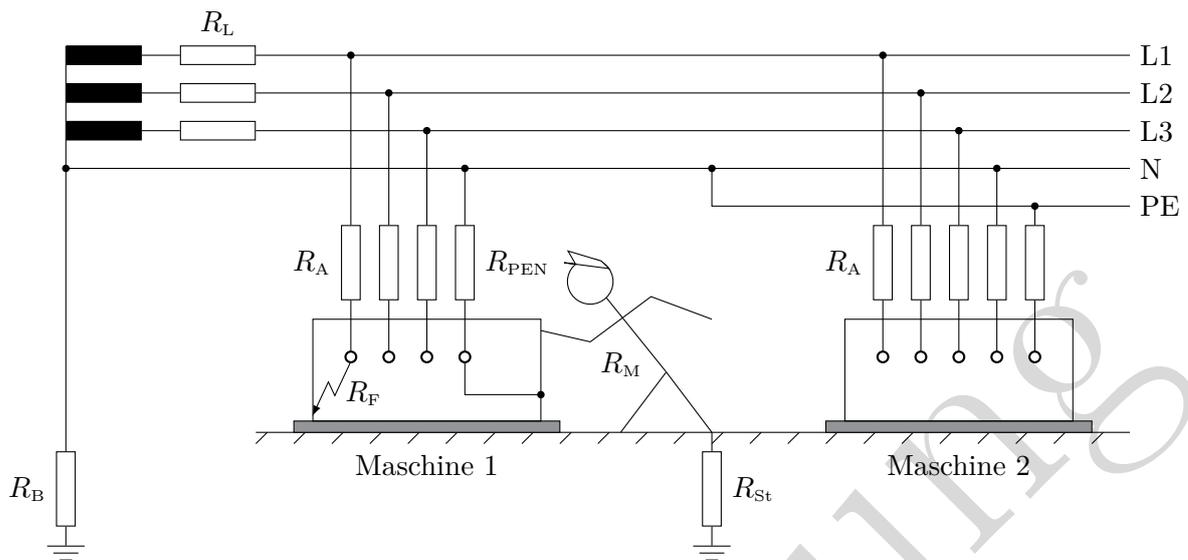
• Berechnung Kapazität:

$$Q = \frac{U^2}{X_C} \quad \rightsquigarrow \quad X_C = \frac{U^2}{Q} = \frac{(400 \text{ V})^2}{986,0 \text{ var}} = 162,3 \Omega$$

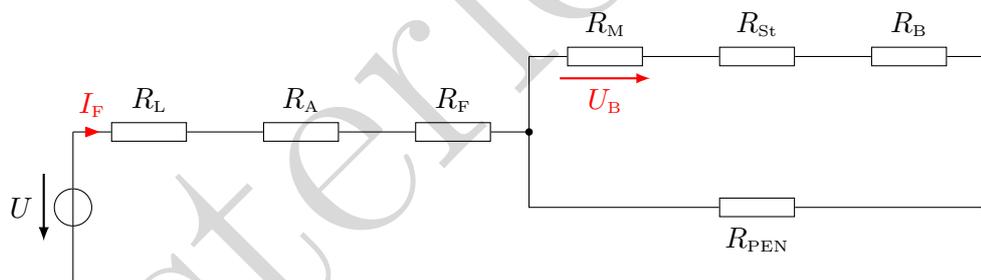
$$C = \frac{1}{2\pi \cdot f \cdot X_C} = \frac{1}{2\pi \cdot 50 \text{ Hz} \cdot 162,3 \Omega} = 19,62 \mu\text{F}$$

## 5. Kurzfragen zu Elektrotechnik 2 (22 Punkte)

KF1) Gegeben ist folgende Abbildung mit zwei Maschinen, die beide auf isolierendem Material stehen. 3 P.  
Ein Mensch ( $R_M$ ) berührt das leitfähige Gehäuse der Maschine 1:



- a) Zeichnen Sie das vollständige einphasige Ersatzschaltbild (Fehlerstromkreis) für den vorliegenden Fehlerfall (Gehäuseschluss der Phase L1 mit dem Gehäuse der Maschine 1). Tragen Sie auch den Fehlerstrom  $I_F$  und die Berührungsspannung  $U_B$  ein. Beachten Sie, dass das Gehäuse der Maschine durch den isolierenden Untergrund keine leitende Verbindung zur Erde hat!



- b) Können in den Zuleitungen der Maschinen 1 und 2 jeweils Fehlerstrom-Schutzeinrichtungen (RCD) verbaut werden? Begründen Sie Ihre Antwort für jede Maschine!

### Maschine 1:

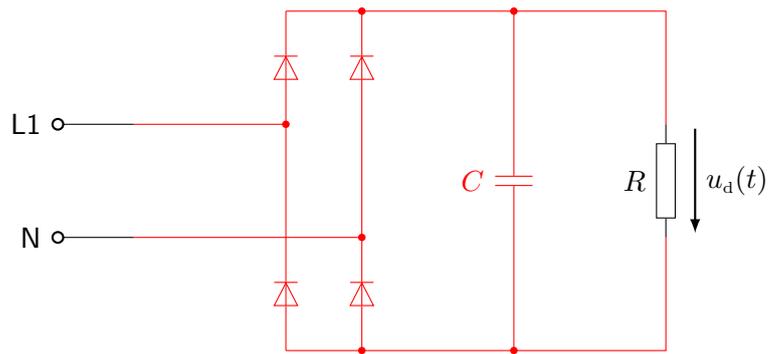
Nein. Im TN-C-Netzabschnitt ist die Benutzung von Fehlerstrom-Schutzeinrichtungen grundsätzlich untersagt, da der PEN-Leiter auch im fehlerfreien Zustand einen Strom führen kann.

### Maschine 2:

Ja. Im TN-S-Netzabschnitt ist die Benutzung von Fehlerstrom-Schutzeinrichtungen grundsätzlich erlaubt, da der PE-Leiter nur im Fehlerfall einen Strom führt.

KF2) Ein Gleichspannungsverbraucher soll über einen Gleichrichter an einem einphasigen Wechselstromnetz betrieben werden. 4 P.

a) Zeichnen Sie eine B2-Schaltung mit einer Einrichtung zur Spannungsglättung in das Schaltbild ein!

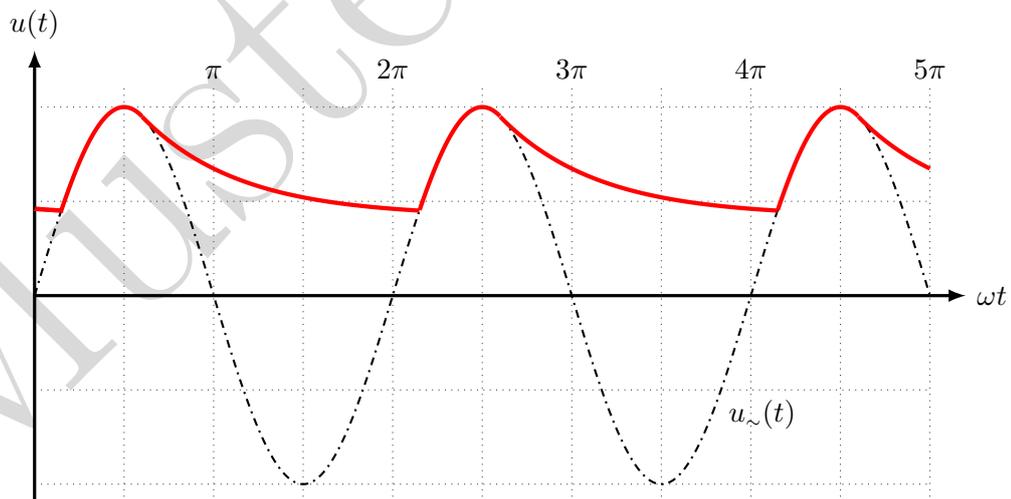
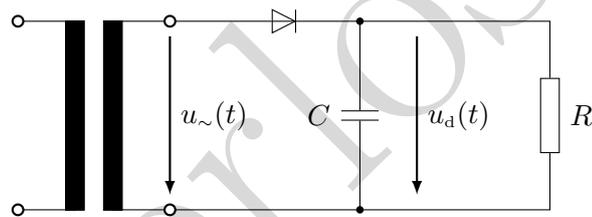


b) Was ist der Vorteil einer B2-Schaltung gegenüber einer M2-Schaltung?

Die Dioden der B2-Schaltung müssen nur für die Hälfte der Sperrspannung der Dioden der M2-Schaltung ausgelegt sein.

Die Sekundärseite des Transformators benötigt nur einen Wicklungsstrang, während die M2-Schaltung zwei Wicklungsstränge mit der gleichen Spannung benötigt.

KF3) Zeichnen Sie qualitativ den Spannungsverlauf  $u_d(t)$  der folgenden Schaltung in das gegebene Diagramm ein! 1 P.

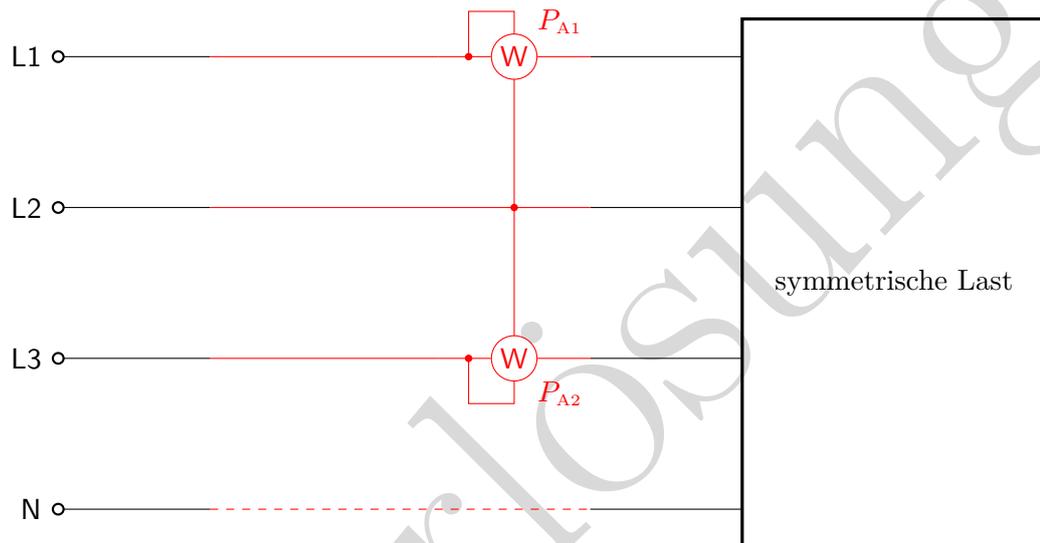


- KF4) An einer symmetrischen Drehstromlast soll mittels der Aronschaltung die Blindleistung bestimmt werden. Die Last wird an einem Drehstromnetz mit einer Leiter-Neutralleiter-Spannung von  $U_{LN} = 100 \text{ V}$  (50 Hz) betrieben.  
Die Messgeräte zeigen folgende Werte an:

$$P_{A1} = 375 \text{ W}$$

$$P_{A2} = 1500 \text{ W}$$

- a) Zeichnen Sie die für die Messung erforderlichen Messgeräte in das gegebene Schaltbild ein. Achten Sie dabei auf eine vollständige Beschriftung, durch die die gegebenen Leistungen den Wattmetern eindeutig zugeordnet werden.



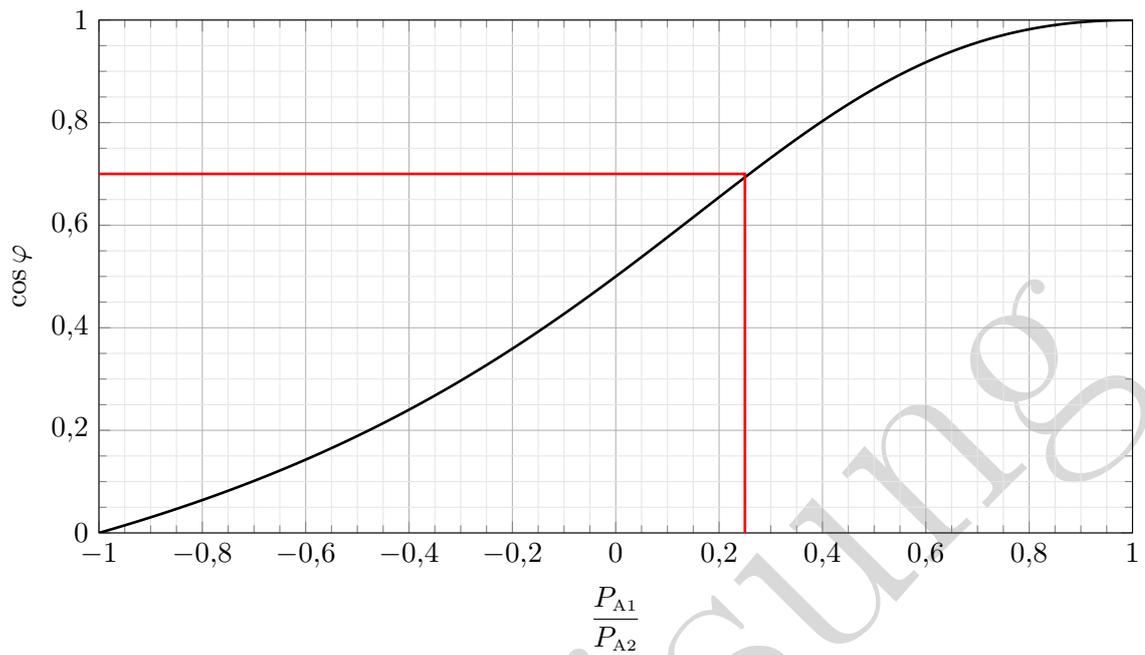
- b) Berechnen Sie aus den Messwerten der beiden Wattmeter die Blindleistungsaufnahme der symmetrischen Last.

$$Q = \sqrt{3} \cdot (P_{A2} - P_{A1}) = \sqrt{3} \cdot (1500 \text{ W} - 375 \text{ W}) = 1948,56 \text{ var}$$

**Fortsetzung auf der nächsten Seite!**

- c) Der Wirkfaktor einer symmetrischen Drehstromlast ist als Funktion der Leistungen der beiden Wattmeter definiert.

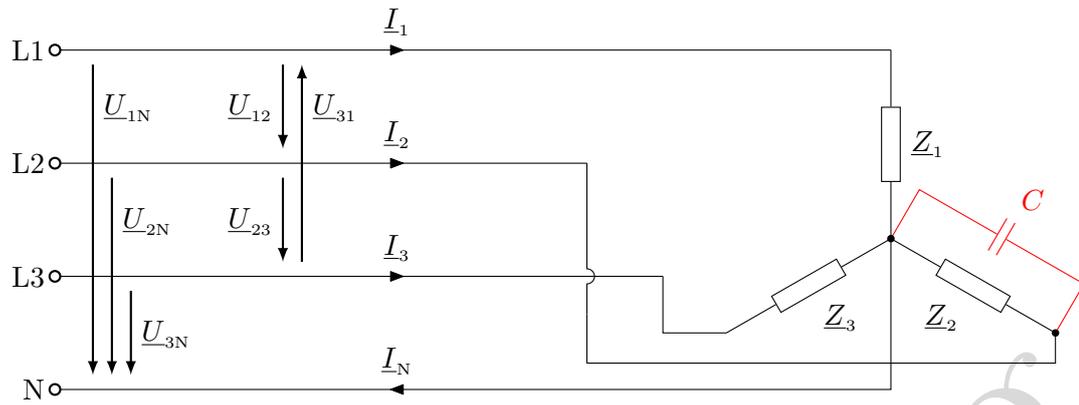
Bestimmen Sie mit Hilfe des dargestellten Diagramms den Wirkfaktor  $\cos \varphi = f\left(\frac{P_{A1}}{P_{A2}}\right)$  der symmetrischen Last. Markieren Sie auch Ihre Bezugspunkte.



$$\frac{P_{A1}}{P_{A2}} = \frac{375 \text{ W}}{1500 \text{ W}} = 0,25$$

$$\Rightarrow \cos \varphi = 0,7$$

KF5) An einem Drehstromnetz (400 V/230 V, 50 Hz) ist eine unsymmetrische Last in Sternschaltung angeschlossen. 3 P.



Folgende Werte sind gegeben:

$$\underline{Z}_1 = 100 \Omega \qquad \underline{Z}_2 = 125 \Omega \cdot e^{j18,31^\circ} \qquad \underline{Z}_3 = 150 \Omega$$

Die Blindleistung in Phase 2 soll mit einem parallel geschalteten Bauteil vollständig kompensiert werden. Zeichnen Sie dieses Bauteil in das obige Ersatzschaltbild ein und legen Sie es aus.

Berechnung der induktiven Blindleistung in Strang 2:

$$-Q_C = Q_L = \frac{U_{2N}^2}{Z_2} \cdot \sin(\varphi) = \frac{(230 \text{ V})^2}{125 \Omega} \cdot \sin(18,31^\circ) = 132,95 \text{ var}$$

Die Kapazität des Kondensators bestimmt sich direkt aus der Spannung und Reaktanz:

$$Q_C = \frac{U_{2N}^2}{X_C} = -\omega C_2 \cdot U_{2N}^2 \quad \Rightarrow \quad C_2 = -\frac{Q_C}{\omega \cdot U_{2N}^2}$$

$$C_2 = -\frac{-132,95 \text{ var}}{2\pi \cdot 50 \text{ Hz} \cdot (230 \text{ V})^2} = 8 \mu\text{F}$$

KF6) Gegeben ist ein idealer Transformator mit folgenden Daten:

3 P.

$$U_{1N} = 400 \text{ V}$$

$$N_2 = 60 \text{ Wdg.}$$

$$f_N = 50 \text{ Hz}$$

An einem ohmschen Lastwiderstand  $R_L = 20 \Omega$  auf der Sekundärseite soll im Nennbetrieb eine Leistung von  $P_L = 80 \text{ W}$  umgesetzt werden. Bestimmen Sie das Übersetzungsverhältnis  $\ddot{u}$  sowie die notwendige Windungszahl auf der Primärseite  $N_1$ .

$$P_L = \frac{U_2^2}{R_L} \Rightarrow U_2 = \sqrt{P_L \cdot R_L} = \sqrt{80 \text{ W} \cdot 20 \Omega} = 40 \text{ V}$$

$$\ddot{u} = \frac{U_{1N}}{U_2} = \frac{400 \text{ V}}{40 \text{ V}} = 10$$

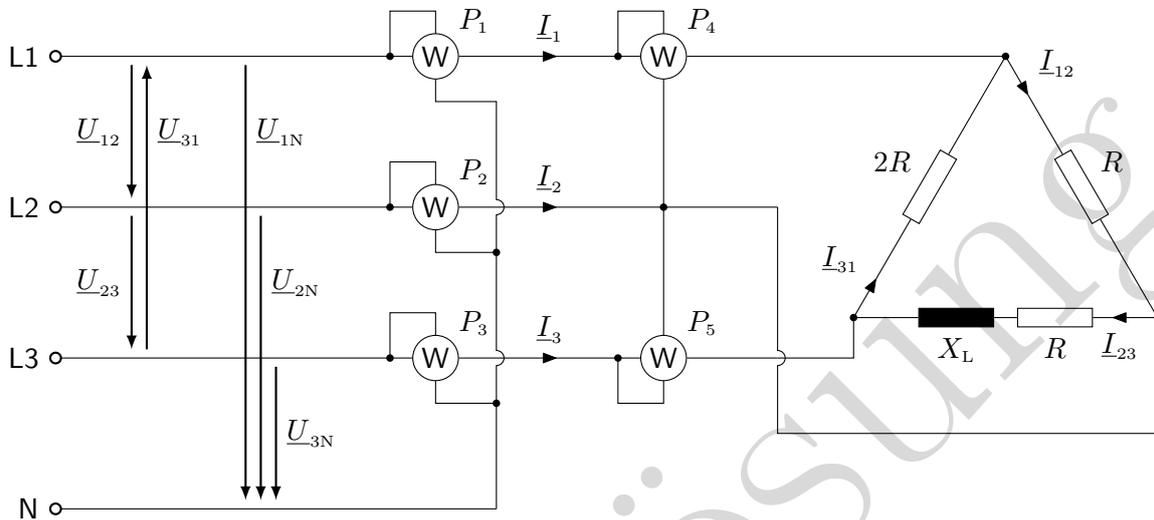
$$\ddot{u} = \frac{N_1}{N_2} \Leftrightarrow N_1 = N_2 \cdot \ddot{u} = 60 \text{ Wdg.} \cdot 10 = 600 \text{ Wdg.}$$

Musterlösung

## 6. Drehstrom (22 Punkte)

DS1) Geben Sie bei allen Teilaufgaben einen Ansatz mit entsprechenden Indizes an, setzen Sie auch in Zwischenschritten Zahlenwerte ein und verwenden Sie die richtigen Einheiten und gegebenenfalls Unterstriche. *Diese Teilaufgabe erfordert keine Bearbeitung.* 4 P.

Gegeben ist eine unsymmetrische Last in Dreieckschaltung an einem symmetrischen Drehspannungssystem (400 V/230 V, 50 Hz).



Gegeben sind folgende Größen:

$$\begin{array}{llll}
 \underline{U}_{12} = 400 \text{ V} \cdot e^{j30^\circ} & I_{12} = 10 \text{ A} & P_1 = 3000 \text{ W} & P_4 = 5000 \text{ W} \\
 \underline{U}_{23} = 400 \text{ V} \cdot e^{-j90^\circ} & I_{23} = 5 \text{ A} & P_2 = 3000 \text{ W} & P_5 = 2000 \text{ W} \\
 \underline{U}_{31} = 400 \text{ V} \cdot e^{j150^\circ} & I_{31} = 5 \text{ A} & P_3 = 1000 \text{ W} & 
 \end{array}$$

Weiterhin gilt:

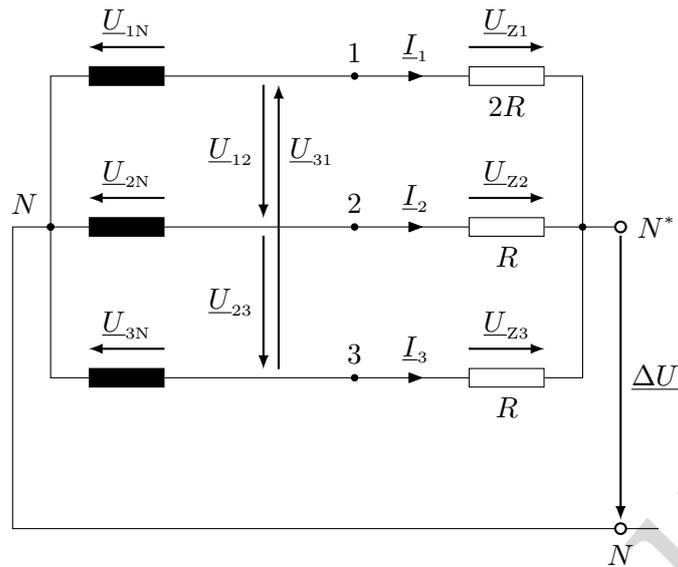
$$\frac{X_L}{R} = \sqrt{3}$$

DS2) Bestimmen Sie die von der Last aufgenommene Wirk-, Blind- und Scheinleistung. 4 P.

DS3) Bestimmen Sie den ohmschen Widerstand  $R$  und die Reaktanz  $X_L$ . 2 P.

**Fortsetzung auf der nächsten Seite!**

Gegeben ist die nachfolgend dargestellte unsymmetrische Last in Sternschaltung ( $R = 230 \Omega$ ) ohne angeschlossenen Neutraleiter, die an einem symmetrischen Drehspannungssystem ( $400 \text{ V}/230 \text{ V}$ ,  $50 \text{ Hz}$ ) betrieben wird.



Gegeben sind folgende Spannungen:

$$\begin{aligned} \underline{U}_{1N} &= 230 \text{ V} \cdot e^{j0^\circ} & \underline{U}_{12} &= 400 \text{ V} \cdot e^{j30^\circ} & \underline{I}_1 &= 0,6 \text{ A} \cdot e^{j0^\circ} \\ \underline{U}_{2N} &= 230 \text{ V} \cdot e^{-j120^\circ} & \underline{U}_{23} &= 400 \text{ V} \cdot e^{-j90^\circ} & \underline{U}_{Z2} &= 211,6 \text{ V} \cdot e^{-j109^\circ} \\ \underline{U}_{3N} &= 230 \text{ V} \cdot e^{j120^\circ} & \underline{U}_{31} &= 400 \text{ V} \cdot e^{j150^\circ} & & \end{aligned}$$

- DS4) Bestimmen Sie die fehlenden Leiterströme ( $\underline{I}_2$  und  $\underline{I}_3$ ) und Spannungen an den Verbrauchern ( $\underline{U}_{Z1}$  und  $\underline{U}_{Z3}$ ). 4 P.
- DS5) Zeichnen Sie das Zeigerbild der Leiter-Neutraleiter-Spannungen des Erzeugers  $\underline{U}_{1N}$  bis  $\underline{U}_{3N}$  und der Spannungen  $\underline{U}_{Z1}$  bis  $\underline{U}_{Z3}$  der Last. Verwenden Sie als Maßstab  $1 \text{ cm} \hat{=} 50 \text{ V}$ . 6 P.  
**Hinweis:** Das Zeigerbild lässt sich ohne die Lösung der Aufgabe DS4 konstruieren. Achten Sie auf die gegebenen Werte in der Aufgabenstellung.
- DS6) Bestimmen Sie den Sternpunktversatz  $\underline{\Delta U}$  rechnerisch. 2 P.  
**Hinweis:** Der Sternpunktversatz lässt sich ohne die Lösung der Aufgaben DS4 und DS5 berechnen. Achten Sie auf die gegebenen Werte in der Aufgabenstellung.

## Lösung

DS1) Formale Bewertung: Es wurden alle Einheiten und gegebenenfalls Unterstriche richtig verwendet und in allen Zwischenschritten Zahlenwerte eingesetzt.

DS2) • Wirkleistung aus Drei-Wattmeter- oder Aronschaltung:

$$P = P_1 + P_2 + P_3 = P_4 + P_5 = 5000 \text{ W} + 2000 \text{ W} = 7000 \text{ W}$$

• Blindleistung aus Stranggrößen:

$$\begin{aligned} Q &= Q_{23} = U_{23} \cdot I_{23} \cdot \sin \varphi_{23} = U_{23} \cdot I_{23} \cdot \sin \left( \arctan \left( \frac{X_L}{R} \right) \right) \\ &= 400 \text{ V} \cdot 5 \text{ A} \cdot \sin \left( \arctan \left( \sqrt{3} \right) \right) = 1732,05 \text{ var} \end{aligned}$$

• Scheinleistung aus geometrischer Summe:

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} = \sqrt{(7000 \text{ W})^2 + (1732,05 \text{ var})^2} = 7211,10 \text{ VA}$$

DS3) • ohmscher Widerstand:

$$R = \frac{U_{12}}{I_{12}} = \frac{400 \text{ V}}{10 \text{ A}} = 40 \Omega$$

• Reaktanz der Induktivität aus Verhältnis  $X_L/R$ :

$$X_L = R\sqrt{3} = 40\sqrt{3} \Omega = 69,282 \Omega$$

DS4) Bestimmung Leiterströme und Verbraucherspannung:

• Berechnung Spannung an Verbraucher 1 :

$$\underline{U}_{z1} = \underline{I}_1 \cdot 2R = 0,6 \text{ A} \cdot e^{j0^\circ} \cdot 2 \cdot 230 \Omega = 276 \text{ V} \cdot e^{j0^\circ}$$

• Berechnung Strom im Leiter 2:

$$\underline{I}_2 = \frac{\underline{U}_{z2}}{R} = \frac{211,6 \text{ V} \cdot e^{-j109^\circ}}{230 \Omega} = 0,92 \text{ A} \cdot e^{-j109^\circ}$$

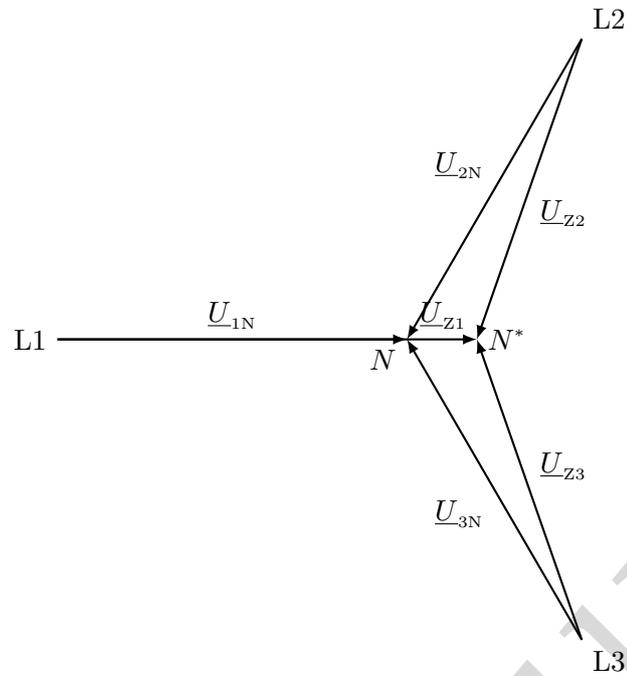
• Berechnung des Stroms in Leiter 3:

$$\begin{aligned} \underline{I}_3 &= -\underline{I}_1 - \underline{I}_2 = -0,6 \text{ A} \cdot e^{j0^\circ} - 0,92 \text{ A} \cdot e^{-j109^\circ} \\ &= -0,6 \text{ A} + 0,3 \text{ A} + j0,87 \text{ A} \\ &= -0,3 \text{ A} + j0,87 \text{ A} = 0,92 \text{ A} \cdot e^{j109^\circ} \end{aligned}$$

• Berechnung Spannung an Verbraucher 3 :

$$\underline{U}_{z3} = \underline{I}_3 \cdot R = 0,92 \text{ A} \cdot e^{j109^\circ} \cdot 230 \Omega = 211,6 \text{ V} \cdot e^{j109^\circ}$$

DS5) Zeigerbild:



DS6) Berechnung des Sternpunktversatzes  $\underline{\Delta U}$ :

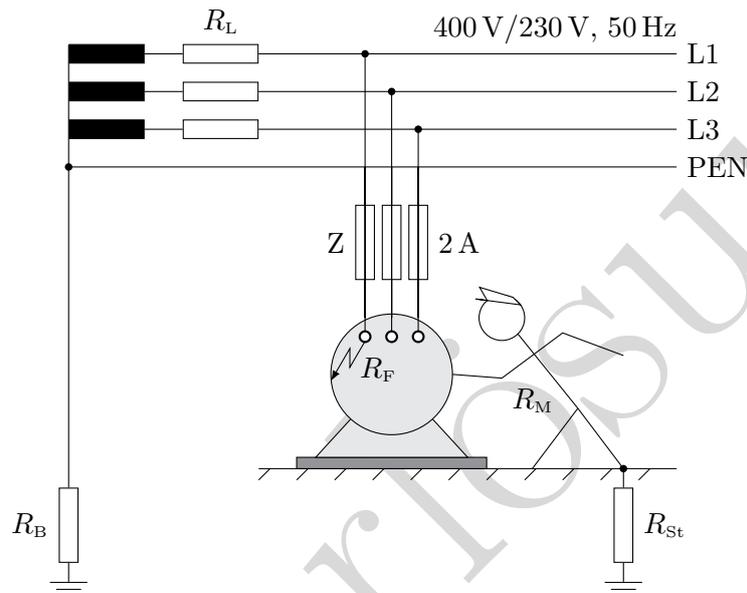
$$\underline{\Delta U} = \underline{U}_{2N} - \underline{U}_{Z2} = 230 \text{ V} \cdot e^{-j120^\circ} - 211,6 \text{ V} \cdot e^{-j109^\circ} = 46,12 \text{ V} \cdot e^{j180^\circ}$$

## 7. Schutzmaßnahmen (22 Punkte)

SM1) Geben Sie bei allen Teilaufgaben einen Ansatz mit entsprechenden Indizes an, setzen Sie auch in Zwischenschritten Zahlenwerte ein und verwenden Sie die richtigen Einheiten und gegebenenfalls Unterstriche. *Diese Teilaufgabe erfordert keine Bearbeitung.* 4 P.

Gegeben ist eine Maschine, welche auf einem isolierten Untergrund steht und an ein Drehstromnetz mit geerdetem Erzeuger angeschlossen ist. Ein Mensch (Widerstand  $R_M$ ) steht auf leitendem Untergrund (Widerstand  $R_{St}$ ) und berührt das Gehäuse im Fehlerfall. Der Nennstrom der Sicherungen (Z-Charakteristik) beträgt 2 A. Der Neutral- und Schutzleiter sind als PEN-Leiter ausgeführt.

**Hinweis:** Es wird immer empfohlen ein Ersatzschaltbild zugrunde zu legen, auch wenn die Aufgabenstellung dies nicht explizit fordert.



$$R_L = 2 \Omega$$

$$R_F = 5 \Omega$$

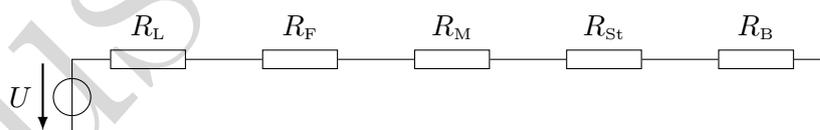
$$R_M = 3000 \Omega$$

$$R_{St} = 2000 \Omega$$

$$R_B = 1 \Omega$$

**Schutzmaßnahme:** keine

SM2) Für den oben dargestellten Fehlerfall ergibt sich folgendes Ersatzschaltbild: 6 P.



Berechnen Sie den Gesamtwiderstand  $R_{ges}$ , den Fehlerstrom  $I_F$  sowie die Berührungsspannung  $U_B$  und bewerten Sie, ob der Mensch gefährdet ist und ob die Sicherung auslöst. Begründen Sie Ihre Aussagen.

**Schutzmaßnahme:** Körper ist über PEN-Leiter mit  $R_{PE}$  mit dem Betriebserder verbunden

SM3) Als Schutzmaßnahme soll das Gehäuse der Maschine an den Schutzleiter über einen Widerstand  $R_{PE} = 3 \Omega$  angeschlossen werden. Berechnen Sie den Gesamtwiderstand  $R_{ges}$ , den Fehlerstrom  $I_F$  sowie die Berührungsspannung  $U_B$  und bewerten Sie, ob der Mensch gefährdet ist. Begründen Sie Ihre Aussage. 6 P.

**Schutzmaßnahme:** Körper ist direkt am Standort mit Erdungswiderstand  $R_E$  geerdet

SM4) Um die Gefährdung des Menschen zu verhindern, soll das Gehäuse der Maschine über einen Erdungswiderstand  $R_E$  direkt geerdet werden. Wie groß darf der Erdungswiderstand maximal sein, damit die Sicherung (Charakteristik Z) im Fehlerfall schnell auslöst (elektromagnetische Auslösung der Sicherung bei 3-fachem Nennstrom!)? Ist der Mensch gefährdet, wenn die Sicherung aufgrund eines Defekts doch nicht auslöst? Begründen Sie Ihre Antwort. 6 P.

## Lösung

SM1) Formale Bewertung: Es wurden alle Einheiten und gegebenenfalls Unterstriche richtig verwendet und in allen Zwischenschritten Zahlenwerte eingesetzt.

SM2) • Gesamtwiderstand:

$$R_{\text{ges}} = R_L + R_F + R_M + R_{\text{St}} + R_B = 2 \Omega + 5 \Omega + 3000 \Omega + 2000 \Omega + 1 \Omega = 5008 \Omega$$

• Fehlerstrom:

$$I_F = \frac{U}{R_{\text{ges}}} = \frac{230 \text{ V}}{5008 \Omega} = 45,93 \text{ mA}$$

• Berührspannung:

$$U_B = I_F \cdot R_M = 45,93 \text{ mA} \cdot 3000 \Omega = 137,78 \text{ V}$$

- Der Mensch ist gefährdet, da  $I_F = 45,93 \text{ mA} > 17 \text{ mA}$  und  $U_B = 137,78 \text{ V} > 50 \text{ V}$
- Die Sicherung löst nicht aus, da  $I_F = 45,93 \text{ mA} < I_N = 2 \text{ A}$

SM3) • Gesamtwiderstand:

$$\begin{aligned} R_{\text{ges}} &= R_L + R_F + \frac{(R_M + R_{\text{St}} + R_B) \cdot R_{\text{PE}}}{R_M + R_{\text{St}} + R_B + R_{\text{PE}}} \\ &= 2 \Omega + 5 \Omega + \frac{(3000 \Omega + 2000 \Omega + 1 \Omega) \cdot 3 \Omega}{3000 \Omega + 2000 \Omega + 1 \Omega + 3 \Omega} = 10 \Omega \end{aligned}$$

• Fehlerstrom:

$$I_F = \frac{U}{R_{\text{ges}}} = \frac{230 \text{ V}}{10 \Omega} = 23 \text{ A}$$

• Strom durch den Menschen:

$$I_M = I_F \cdot \frac{R_{\text{PE}}}{R_{\text{PE}} + R_M + R_{\text{St}} + R_B} = 23 \text{ A} \cdot \frac{3 \Omega}{3 \Omega + 3000 \Omega + 2000 \Omega + 1 \Omega} = 13,8 \text{ mA}$$

• Berührspannung:

$$U_B = I_F \cdot R_M = 13,8 \text{ mA} \cdot 3000 \Omega = 41,4 \text{ V}$$

- Der Mensch ist nicht gefährdet, da  $I_F = 13,8 \text{ mA} < 17 \text{ mA}$  und  $U_B = 41,4 \text{ V} < 50 \text{ V}$

SM4) • Für eine elektromagnetische Auslösung der Sicherung muss der Gesamtstrom mindestens drei mal so groß sein, wie der Nennstrom der Sicherung:  $I_{\text{ges}} \geq 6 \text{ A}$

• Masche für Spannung über Erdungswiderstand:

$$U_E \leq U - I_{\text{ges}} \cdot (R_L + R_F + R_B) = 230 \text{ V} - 6 \text{ A} \cdot (2 \Omega + 5 \Omega + 1 \Omega) = 182 \text{ V}$$

• Strom durch den Menschen:

$$I_M \leq \frac{U_E}{R_M + R_{\text{St}}} = \frac{182 \text{ V}}{3000 \Omega + 2000 \Omega} = 0,0364 \text{ A}$$

• Strom durch den Erdungswiderstand:

$$I_E \geq I_F - I_M = 6 \text{ A} - 0,0364 \text{ A} = 5,9636 \text{ A}$$

• Berechnung Erdungswiderstand:

$$R_E \leq \frac{U_E}{I_E} = \frac{182 \text{ V}}{5,9636 \text{ A}} = 30,52 \Omega$$

- Der Mensch ist bei defekter Sicherung gefährdet, da  $I_M = 36,4 \text{ mA} > 17 \text{ mA}$

## 8. Transformator (22 Punkte)

TR1) Geben Sie bei allen Teilaufgaben einen Ansatz mit entsprechenden Indizes an, setzen Sie auch in Zwischenschritten Zahlenwerte ein und verwenden Sie die richtigen Einheiten und gegebenenfalls Unterstriche. *Diese Teilaufgabe erfordert keine Bearbeitung.* 4 P.

Gegeben ist ein einphasiger Wechselstromtransformator mit folgenden Daten:

$$\ddot{u} = \frac{U_1}{U_2} = \frac{400 \text{ V}}{100 \text{ V}} \quad S_N = 5 \text{ kVA} \quad f = 50 \text{ Hz} \quad A_{\text{Fe}} = 80 \text{ cm}^2$$

Folgende Annahmen sind zulässig:  $X_h \gg X_{\sigma 1}$ ,  $R_{\text{Fe}} \gg R_1$ ,  $X_{\sigma 1} \approx X'_{\sigma 2}$  und  $R_1 \approx R'_2$ .

TR2) Wie groß müssen unter der Voraussetzung sinusförmiger Spannungen und des idealen Transformators die ober- und unterspannungsseitigen Windungszahlen  $N_1$  und  $N_2$  sein, wenn der Scheitelwert der Induktion  $\hat{B} = 1 \text{ T} = 1 \text{ Vs/m}^2$  betragen soll? 3 P.

TR3) Beim Kurzschlussversuch wird die Sekundärseite des Transformators kurzgeschlossen und die primärseitige Spannung so eingestellt, dass der Nennstrom fließt. Folgende Daten sind mit diesem Versuch ermittelt worden: 5 P.

$$u_{1\text{K}} = 6 \% \quad \cos \varphi_{\text{K}} = 0,45$$

Bestimmen Sie den Wicklungswiderstand  $R_{\text{K}} = R_1 + R'_2$  und die Streureaktanz  $X_{\text{K}} = X_{\sigma 1} + X'_{\sigma 2}$  des vereinfachten Ersatzschaltbildes für diesen Versuch.

TR4) Beim Leerlaufversuch wird die Primärwicklung - bei geöffnetem Sekundärkreis - an Nennspannung gelegt. Folgende Daten wurden bei diesem Versuch gemessen: 6 P.

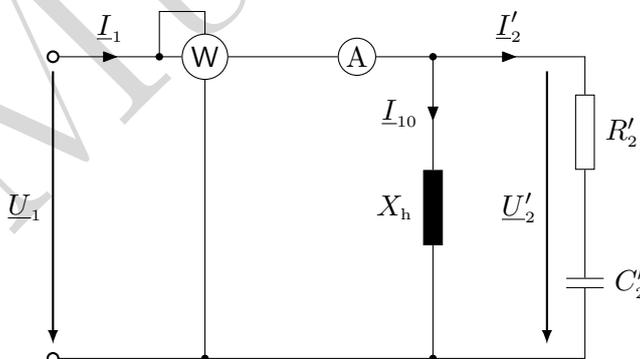
$$I_0 = 18 \text{ mA} \quad P_0 = 4 \text{ W}$$

Bestimmen Sie die Hauptfeldinduktivität  $L_h$  und den Eisenverlustwiderstand  $R_{\text{Fe}}$ , sowie den Wirkfaktor  $\cos \varphi_0$ .

Gegeben ist ein idealer, verlust- und streufreier Transformator mit der Übersetzung 400 V/80 V ( $f = 50 \text{ Hz}$ ). Es werden nacheinander zwei Versuche mit Nennspannung an der Primärseite durchgeführt:

1. Leerlaufversuch mit offener Sekundärseite
2. Belastungsversuch mit einer unbekanntenen RC-Reihenschaltung an der Sekundärseite

Gemessen werden jeweils Strom, Wirkleistung und Wirkfaktor  $\cos \varphi$ .



**Leerlaufversuch:**

$$I_{10} = I_1 = 1 \text{ A} \\ P_0 = 0 \text{ W} \\ \cos \varphi_0 = 0$$

**Belastungsversuch:**

$$I_1 = 8 \text{ A} \\ P_0 = 3200 \text{ W} \\ \cos \varphi_0 = 1$$

TR5) Bestimmen Sie den Widerstand  $R_2$  sowie die Reaktanz des Kondensators  $X_C$ . 4 P.

## Lösung

TR1) Formale Bewertung: Es wurden alle Einheiten und gegebenenfalls Unterstriche richtig verwendet und in allen Zwischenschritten Zahlenwerte eingesetzt.

TR2) • Anwendung der Transformatorentwurfsgleichung (dem Formelzettel zu entnehmen) auf OS:

$$U_1 = \frac{N_1 \cdot 2\pi \cdot f \cdot \hat{\Phi}}{\sqrt{2}} = \frac{N_1 \cdot 2\pi \cdot f \cdot \hat{B} \cdot A_{\text{Fe}}}{\sqrt{2}}$$
$$N_1 = \frac{\sqrt{2} \cdot U_1}{2\pi \cdot f \cdot \hat{B} \cdot A_{\text{Fe}}} = \frac{\sqrt{2} \cdot 400 \text{ V}}{2\pi \cdot 50 \text{ Hz} \cdot 1 \frac{\text{Vs}}{\text{m}^2} \cdot 80 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2} = 225,08 = 225$$

• Windungszahl der Unterspannungsseite aus Übersetzungsverhältnis:

$$\ddot{u} = \frac{U_1}{U_2} = \frac{N_1}{N_2} \quad \Rightarrow \quad N_2 = \frac{N_1 \cdot U_2}{U_1} = \frac{225 \cdot 100 \text{ V}}{400 \text{ V}} = 56,25 = 56$$

TR3) • Klemmenspannung aus relativer Kurzschlussspannung:

$$U_{\text{IK}} = u_{\text{IK}} \cdot U_{\text{1N}} = 0,06 \cdot 400 \text{ V} = 24 \text{ V}$$

• Nennstrom über Leistungsgleichung:

$$I_{\text{1N}} = \frac{S_{\text{N}}}{U_{\text{1N}}} = \frac{5 \text{ kVA}}{400 \text{ V}} = 12,5 \text{ A}$$

• Kurzschlussreaktanz aus ohmschen Gesetz:

$$Z_{\text{K}} = \frac{U_{\text{IK}}}{I_{\text{1N}}} = \frac{24 \text{ V}}{12,5 \text{ A}} = 1,92 \Omega$$

• Wicklungswiderstand:

$$R_{\text{K}} = Z_{\text{K}} \cdot \cos \varphi_{\text{K}} = 1,92 \Omega \cdot 0,45 = 0,864 \Omega$$

• Streureaktanz:

$$X_{\text{K}} = \sqrt{Z_{\text{K}}^2 - R_{\text{K}}^2} = \sqrt{(1,92 \Omega)^2 - (0,864 \Omega)^2} = 1,715 \Omega$$

TR4) • Ströme durch Hauptfeldinduktivität und Eisenverlustwiderstand:

$$I_{\text{Fe}} = \frac{P_0}{U_{\text{1N}}} = \frac{4 \text{ W}}{400 \text{ V}} = 10 \text{ mA}$$

$$I_{\text{h}} = \sqrt{I_0^2 - I_{\text{Fe}}^2} = \sqrt{(18 \text{ mA})^2 - (10 \text{ mA})^2} = 14,97 \text{ mA}$$

• Hauptfeldinduktivität und Eisenverlustwiderstand aus ohmschen Gesetz:

$$X_{\text{h}} = \frac{U_{\text{1N}}}{I_{\text{h}}} = \frac{400 \text{ V}}{14,97 \text{ mA}} = 26,72 \text{ k}\Omega$$

$$L_{\text{h}} = \frac{X_{\text{h}}}{\omega} = \frac{26,72 \text{ k}\Omega}{2\pi \cdot 50 \text{ Hz}} = 85,05 \text{ H}$$

$$R_{\text{Fe}} = \frac{U_{\text{1N}}}{I_{\text{Fe}}} = \frac{400 \text{ V}}{10 \text{ mA}} = 40 \text{ k}\Omega$$

• Wirkfaktor:

$$\cos \varphi_0 = \frac{P_0}{U_{\text{1N}} \cdot I_0} = \frac{4 \text{ W}}{400 \text{ V} \cdot 18 \text{ mA}} = \frac{5}{9} = 0,56$$

TR5) • Strom der Sekundärseite folgt aus der Knotengleichung:

$$\underline{I}_1 = \underline{I}_{10} + \underline{I}'_2 \quad \Rightarrow \quad \underline{I}'_2 = \underline{I}_1 - \underline{I}_{10} = 8 \text{ A} \cdot e^{j0^\circ} - 1 \text{ A} \cdot e^{-j90^\circ} = 8,06 \text{ A} \cdot e^{j7,1^\circ}$$

• Bestimmung der Belastungsimpedanz in kartesischer Darstellung:

$$\underline{Z}'_2 = R'_2 + jX'_C = \frac{\underline{U}'_2}{\underline{I}'_2} = \frac{\underline{U}_1}{\underline{I}'_2} = \frac{400 \text{ V}}{8,06 \text{ A} \cdot e^{j7,1^\circ}} = 49,63 \Omega \cdot e^{-j7,1^\circ} = 49,25 \Omega - j6,13 \Omega$$

• Bestimme ohmschen Widerstand und Kapazität aus der Belastungsimpedanz:

$$R_2 = \frac{1}{\underline{u}^2} \cdot R'_2 = \left(\frac{U_2}{U_1}\right)^2 \cdot R'_2 = \left(\frac{80 \text{ V}}{400 \text{ V}}\right)^2 \cdot 49,25 \Omega = 1,97 \Omega$$

$$X_C = \frac{1}{\underline{u}^2} \cdot X'_C = \left(\frac{U_2}{U_1}\right)^2 \cdot X'_C = \left(\frac{80 \text{ V}}{400 \text{ V}}\right)^2 \cdot (-6,13 \Omega) = -0,25 \Omega$$